

MA-2115—Segundo Parcial, Miércoles 20-11-2002—2:30

1. (8 pts.) Hallar una solución continua de la siguiente ecuación diferencial:

$$y' + y = g(x), \quad y(0) = 0,$$

$$\text{donde } g(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

2. (8 pts.) Considere el problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{|y|}(3x^2 - 1), \quad y(1) = 0.$$

- a) ¿Se puede aplicar el teorema de Picard en un intervalo alrededor de $x=1$? Justifique.
- b) Halle dos soluciones diferentes del problema.

3. (6 pts.) Hallar las ecuaciones de las trayectorias ortogonales a la familia de hipérbolas

$$\frac{x^2}{4} - y^2 = c, \quad c \in \mathbb{R}$$

y graficar algunas curvas, tanto de la familia como de sus trayectorias ortogonales.

4. (8 pts.) Encontrar la solución general de la ecuación

$$x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 - xy = 0.$$